La raison comme calcul : du ratio euclidien à l'idéal d'une caractéristique universelle

Mathis Bertrand

Jeudi 20 avril 2023

Intervention informelle au séminaire de Giovanna Cifoletti
UE623 - L'algèbre comme art de penser : de l'arithmétique commerciale à la méthode
EHESS

Remarque : ces notes de recherche ont été élaborées pendant la première année de master de philosophie à l'EHESS, en 2023. Elles ne reflètent pas nécessairement mes opinions en 2025.

I. Le basculement sémantique du concept de *ratio*

L'histoire de la logique moderne s'enracine dans une mutation linguistique profonde survenue au 17ème siècle. Le terme latin *ratio*, qui a donné « raison » en français, ne désignait pas initialement la faculté de raisonner ou un processus de calcul, mais une relation.

A. La relation contre la valeur

Pour les mathématiciens comme Forcadel, 1564 ou Stevin, 1625, le *ratio* est une « habitude mutuelle de deux grandeurs ». Dans cette perspective, un rapport comme $\frac{2}{4}$ n'est pas une division aboutissant au résultat 0,5, mais une relation entre deux quantités comparables (identique à celle de $\frac{4}{8}$). Le *ratio* permet de préserver l'analogie géométrique. Ainsi $\frac{2}{4}$ est le même rapport que $\frac{8}{16}$ sans que l'on ressente le besoin de réduire cette relation à un résultat final.

Le passage vers la « valeur » s'opère quand le symbole cesse de montrer une proportion pour devenir un opérateur. Stevin, 1625 l'exprime bien :

> « La raison n'est pas nombre (...) mais la mutuelle habitude des nombres. (...) Elle n'a donc pas sa place dans l'Arithmétique » (Stevin, 1625, p. 6, cité par Coquard, 2021).

B. La rupture leibnizienne

Leibniz opère un tournant en identifiant explicitement le raisonnement au calcul (calculo vel ratiocino). Il rejette le terme de « rapport » employé par Malebranche pour lui préférer celui de « raison », intégrée dans un système d'estimation et de probabilités. Il déplace alors le problème de la mathématique cartésienne (fondée sur les rapports et les proportions) vers une science générale des relations et de l'estimation.

Vers 1675, Leibniz critique justement l'usage du terme « rapport » par Malebranche pour définir la vérité, lui préférant celui de « raison ». Là où le rapport est statique, la raison est dynamique et calculatoire. Elle fait apparaître un résultat qui n'était pas clair a priori. Pour Leibniz, le calcul n'est donc pas seulement un outil logique, c'est le mode d'action de la divinité et de la perfection : « Cum deus calculat et cogitationem exercet, fit mundus » (Quand Dieu calcule et exerce sa pensée, le monde se fait). L'existence même des choses est le résultat d'un calcul d'optimisation (le meilleur des mondes possibles).

Cette rupture permet de concevoir une caractéristique où « les règles de la logique seront devenues un jeu ». Le raisonnement n'est plus une méditation sur les formes, mais une manipulation de traces visibles sur le papier [1].

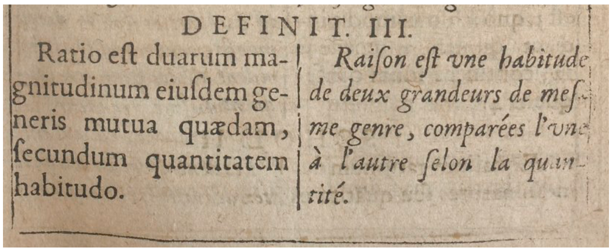
II. Le cas Pierre Hérigone : précurseur ou simple abréviateur ?

A. Le parcours de Pierre Hérigone

Pierre Hérigone, à travers son *Cursus Mathematicus* (1644), occupe une place singulière et souvent contestée dans cette généalogie. Il est l'un des premiers à vouloir exprimer l'universalité d'une démonstration géométrique par l'utilisation de symboles « vides de sens ».

Contrairement à l'image du simple compilateur, Hérigone est un mathématicien inséré dans les réseaux savants de son temps (proche de l'entourage de Mersenne). Son parcours est celui d'un pédagogue novateur qui cherche à briser le monopole du latin et de la rhétorique traditionnelle

Il définit alors le *ratio* comme une « condition relativement à la grandeur de deux grandeurs similaires » (Hérigone 1644, p. 188).


DEFINIT. III.

Ratio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis mutua quædam, ſecundum quantitatem habitudo.	*Raiſon eſt une habitude de deux grandeurs de meſme genre, comparées l'une à l'autre ſelon la quantité.*

Figure 1 – La définition du *ratio* selon Hérigone

Hérigone reprend bien la traduction latine standard d'Euclide. Cependant, dans le cadre de son *Cursus*, cette définition ne sert plus à décrire une essence métaphysique de la proportion, mais à poser une définition opératoire.

Comme le souligne Mellado Romero, 2022, le terme *habitudo*, chez Hérigone, glisse vers l'idée de « condition » ou de « rapport de mesure ». Pour Hérigone, dire que c'est une « habitude » revient à dire que c'est une relation que l'on va pouvoir noter par un signe et manipuler dans un calcul.

B. La question de la définition de la fonction du symbole

Leibniz reconnaît avoir lu Hérigone mais marque une distance nette. Dans une lettre à Oldenburg (1677), il souligne que sa propre Caractéristique diffère radicalement des notations d'Hérigone, qu'il juge insuffisantes pour le raisonnement complexe :

> « [Il] y aura de fortes différences entre ma Caractéristique et d'autres, comme les notations de Viète et de Hérigone, ou comme entre z et a^2 » (Oldenburg 1986).

1. Voir Rabouin et al., 13 juin 2018 pour une édition récente de ce parcours leibnizien à la recherche d'un langage de la raison universel. Consulter Rabouin, 2009 pour une étude systématique sur les antécédents philosophiques de ce projet.

Plus loin : « [les symboles comme les hiéroglyphes] sont des exemples d'une caractéristique universelle, mais du genre que les auteurs précédents [Hérigone et Viète] ont décrite, et non du genre de celle que j'ai en tête ». Ce projet repose sur une logique formelle pure, « dont les règles seront considérées comme un jeu » (Oldenburg 1986). Dans une telle optique, les symboles d'Hérigone appartiennent à une catégorie de caractéristiques universelles rudimentaires, encore incapables de fixer le raisonnement comme il le projette.

Il me semble que le travail d'Hérigone doit être interprété comme une tentative de passage du *ratio* comme « monstration » d'une relation à un système où l'algèbre devient un « art de discourir », bref un art de penser.

III. La modernité calculatrice : de Couturat à Bourbaki

Le 20ème siècle a porté un regard sévère, voire méprisant, sur les tentatives pré-leibniziennes de formalisation.

Dans sa réponse à Poincaré sur la nature de la logique, Couturat qualifie les notations d'Hérigone d'« enfantines », les comparant à de simples abréviations qu'un étudiant utiliserait pour prendre des notes (ex : « $5 <$ » pour pentagone) (Couturat 1906). Pour lui, le signe logique doit au contraire exprimer une idée, comme l'implication ou la conjonction et non simplement traduire un mot. Il rejette alors le système d'Hérigone au rang de simples abréviations sténographiques, comme l'usage de « $5 <$ » pour désigner un pentagone. Il lui reproche de ne pas accéder à l'expression de l'idée logique qui caractérise la véritable logistique.

De même, dans les *Éléments d'histoire des mathématiques*, le groupe Bourbaki, 1984 affirme que les tentatives d'Hérigone ou de Pell (1659) restent incapables de produire des progrès réels dans l'analyse du raisonnement :

> « Avant Leibniz, ces tentatives, comme par exemple celle d'Hérigone (1644) pour noter les démonstrations de la Géométrie élémentaire, ou celle de Pell (1659) pour noter celles de l'Arithmétique, restent très superficielles et ne conduisent à aucun progrès dans l'analyse du raisonnement mathématique » (p. 16).

Bourbaki et Couturat s'accordent pour voir en Leibniz le seul philosophe-mathématicien capable de tirer la logique de l'« impasse scolastique » grâce à son expérience mathématique de premier plan.

Conclusion : vers une épistémologie du calcul

Tout cela suggère que l'universalité logique ne se décrète pas, mais se construit par l'évolution des supports d'inscription et des enjeux philosophiques sous-jacents. Si Leibniz a « serré la main » aux logiciens du 19ème siècle, pour parler comme Boole [2], c'est parce qu'il a pu transformer la *ratio* comme proportion donnée en un outil actif et objectif de production des vérités.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude à Giovanna Cifoletti pour ses remarques stimulantes lors de son séminaire à l'EHESS, ainsi qu'à Éric Brian pour ses orientations précieuses et ses critiques qui ont permis de préciser ce sujet « en friche » que sont les langues universelles. Mes remerciements s'adressent également à Brice Halimi, dont le cours sur la généralité et la généricité en mathématiques a été décisif pour structurer ma réflexion sur l'usage des variables et la portée universelle des signes logiques.

2. Selon Laita, 1976. Pour un aperçu général et stimulant de la réception de la logique de Leibniz au 19ème siècle, voir Peckhaus, 1997.

Références

Bourbaki, Nicolas (1984). *Éléments d'histoire Des Mathématiques*. Paris : Eyrolles.

Coquard, Jean-Marie (2021). « L'art de Penser de Simon Stevin (1548-1620) : Réaliser l'unité Des Arts Libéraux à La Renaissance ». Thèse dirigée par Giovanna Cifoletti. Thèse de doctorat en Histoire. Paris : École des Hautes Études en Sciences Sociales (EHESS).

Couturat, Louis (1906). « Pour La Logistique (Réponse à M. Poincaré) ». In : *Revue de Métaphysique et de Morale* 14, p. 208-250.

Forcadel, Pierre (1564). *Les Six Premiers Livres Des Éléments d'Euclide*. Paris : Jérôme de Marnef & Guillaume Cavellat.

Hérigone, Pierre (1644). *Cursus Mathematicus, Nova, Brevi et Clara Methodo Demonstratus*. Paris : Piget. url : `https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k8702022h`.

Laita, Luis Maria (1976). « A Study of the Genesis of Boolean Logic ». Thèse de doct. Notre Dame, Indiana, USA : University of Notre Dame.

Mellado Romero, Antonio (2022). « La influencia del cursus mathematicus de hérigone en la algebrización de la matemática ». Tesis doctoral. Murcia, Espagne : Universidad de Murcia.

Oldenburg, Henry (1986). *Correspondence*. Sous la dir. d'Alfred Rupert Hall et Marie Boas Hall. T. 13. Madison : University of Wisconsin Press.

Peckhaus, Volker (1997). *Logik, Mathesis Universalis Und Allgemeine Wissenschaft*. Berlin : Akademie Verlag.

Rabouin, David (2009). *Mathesis Universalis : L'idée de "Mathématique Universelle" à l'âge Classique*. Paris : PUF.

Rabouin, David et al. (13 juin 2018). *G.W. Leibniz, Mathesis Universalis*. Paris : Vrin.

Stevin, Simon (1625). *L'Arithmétique de Simon Stevin de Bruges*. Sous la dir. d'Albert Girard. Leyde : Elzeviers.